

# Tema 3. Proporcionalidad

## 1 . Proporcionalidad simple directa

Una **magnitud** es toda cualidad de un ser que pueda medirse. Ejemplos de magnitudes son la longitud, la temperatura, el precio, el peso, ... Muchas veces dos de estas magnitudes pueden estar relacionadas, como vemos en la siguiente tabla de ejemplo:

m <sup>2</sup> de valla a pintar	6	9	12	18
litros de pintura empleados	2	3	4	6

En este caso existe una relación entre dos magnitudes: superficie y litros. Además, cuando una varía provoca que varíe la otra. Observamos cómo al doble de m<sup>2</sup> de valla corresponde doble cantidad de litros de pintura, al triple de m<sup>2</sup> de valla corresponde triple cantidad de litros de pintura. Cuando se cumple esta relación, se dice que estas magnitudes son directamente proporcionales.

**Dos magnitudes son directamente proporcionales** cuando un aumento o disminución de una de ellas determina un aumento o disminución proporcional de la otra.

### 1.1. Regla de tres simple directa

Los problemas en los que se conocen tres cantidades de dos magnitudes, directamente proporcionales se llaman problemas de regla de tres simple directa. Es similar a calcular la cuarta proporcional.

**Ejemplo 1:** En 50 litros de agua de mar hay 1.300 gramos de sal. ¿Cuántos litros de agua de mar contendrán 5.200 gramos de sal?

**Solución:** Si representamos por x el número de litros que contendrá 5200 gramos de sal, y formamos la siguiente tabla:

Litros de agua	50	x
Gramos de sal	1.300	5.200

Se verifica la proporción:  $\frac{50}{1300} = \frac{x}{5200}$

Y como en toda proporción el producto de medios es igual al producto de extremos (en palabras simples, se multiplican los números en forma cruzada) resulta:

$$50 \cdot 5200 = 1300 \cdot x$$

$$\text{Es decir } x = \frac{50 \cdot 5200}{1300} = 200$$

En la práctica esto se suele disponer del siguiente modo:

litros de agua		gramos de sal	} $x = \frac{50 \cdot 5200}{1300} = 200$
Si en 50 l	hay	1300 gr de sal	
en x l	habrá	5200 gr	

¡Ojo! Hay que poner atención en poner las magnitudes iguales en la misma columna.

Un problema que también se puede resolver mediante la regla de tres es el de la **escala** en los planos y mapas.

**Ejemplo 1:** En un mapa de escala 1:200.000 la distancia entre dos puntos es de 15 cm. ¿Cuál es la distancia en la realidad?

**Solución:** 1º) Primero hay que establecer la equivalencia de la escala:

1 cm en el mapa equivalen a 200.000 cm en la realidad; es decir a 2 km.

2º) Y ahora planteamos la regla de tres:

medida en el mapa		medida en la realidad	} $x = \frac{15 \cdot 2}{1} = 30 \text{ km}$
Si 1 cm	equivale	2 km	
15 cm	equivale	x km	

## 1.2. Repartos directamente proporcionales

Consiste en repartir una cantidad entre varias partes de forma que lo que reciba cada una de las partes sea directamente proporcional a la cantidad aportada por cada una.

**Ejemplo: Compramos un lote de libros por 162 euros. Víctor se quedó con 7 libros, Belén con 5 y Jaime con 6. ¿Cuánto debe pagar cada uno?**

Calculamos lo que vale un libro y luego multiplicamos por cada uno de los lotes:

Número total de libros:  $7 + 5 + 6 = 18$  libros

Valor de un libro:  $162 : 18 = 9$  euros

Cantidad a pagar por cada uno:

Víctor:  $7 \cdot 9 = 63$  euros

Belén:  $5 \cdot 9 = 45$

Jaime:  $6 \cdot 9 = 54$

## 2. Porcentaje o tanto por ciento

En la vida diaria oímos continuamente porcentajes. Habrás oído que tal banco ha tenido un beneficio del 14 por ciento de beneficios. Esto quiere decir que por cada 100 monedas, ha obtenido un beneficio de 14, y ahora tiene 114. También habrás oído o leído que los precios han subido el último mes el 1,3 por ciento; que el precio de la cebada o de la uva ha bajado un 2,3 por ciento... Porcentaje o tanto por ciento quiere decir lo mismo. Se representa con el símbolo %.

**Un porcentaje es un tipo de regla de tres directa en el que una de las cantidades es 100.**

Para **calcular el tanto por ciento** de una cantidad, se multiplica dicha cantidad por el tanto por ciento y se divide por 100.

**Ejemplo 1:** El 60% de los empleados de una empresa llegan al trabajo en autobús. Si el número total de empleados es 1.200, ¿cuántos llegan en autobús?

**Solución:** Planteamiento de la regla de tres:

Porcentaje		Empleados	
Si el 100%	son	1200	} $x = \frac{1200 \cdot 60}{100} = 720$
el 60%	serán	x	

**Ejemplo 2:** En una votación participan 300 personas. ¿Qué tanto por ciento de los votos obtuvo un candidato que fue votado por 60 personas?

**Solución:** Planteamiento de la regla de tres:

Porcentaje		Personas	
Si el 100%	son	300	} $x = \frac{60 \cdot 100}{300} = 20\%$
x %	serán	60	

**Ejemplo 3:** El 40% de una cantidad es 1.200. ¿Cuál es la cantidad total?

**Solución:** Planteamiento de la regla de tres:

Porcentaje		Cantidad	
Si el 40%	son	1200	} $x = \frac{1200 \cdot 100}{40} = 3000$
el 100%	serán	x	

## 2.1. Aumentos porcentuales

Se pueden calcular directamente multiplicando el valor que aumenta por uno más el porcentaje dividido entre 100.

$$\text{Valor aumentado} = \text{valor inicial} \cdot \left(1 + \frac{\text{porcentaje}}{100}\right)$$

**Ejemplo:** Un libro costaba hace dos meses 18 €, si su precio ha aumentado un 12 %, ¿cuánto cuesta ahora?

$$18 \cdot (1 + 0,12) = 18 \cdot 1,12 = 20,16$$

## 2.2. Disminuciones porcentuales

Se pueden calcular directamente multiplicando el valor que aumenta por uno más el porcentaje dividido entre 100.

$$\text{Valor aumentado} = \text{valor inicial} \cdot \left(1 - \frac{\text{porcentaje}}{100}\right)$$



## El interés simple

Las entidades financieras (bancos, cajas de ahorro) dan a sus clientes una cantidad de dinero anual que es proporcional al dinero que tienen guardado o depositado en ellas. Esta cantidad de dinero se llama **interés** y se mide en tanto por ciento.

Veamos un ejemplo:

**Isabel tiene ahorrados 3.000,00 € en la caja de ahorros del barrio, que le da un 2,5% anual por este dinero. ¿Qué interés le produce su capital al final de año? ¿Y en 3 años?**

Que el tipo de interés sea del 2,5% significa que de cada 100 € que Isabel tiene en la caja de ahorros, ésta le da 2,50 € al año. Por los 3.000 € le dará el 2,5%, esto es:

$$3000 \cdot \frac{2,5}{100} = 75,00$$

Le gana al año 75 €.

En tres años le producirá 3 veces esa cantidad, es decir,

$$3000 \cdot \frac{2,5}{100} \cdot 3 = 225,00$$

En general, si **c** es el **capital** depositado, **r** el tipo de interés (llamado también **rédito**) y **t** el número de años, el importe del interés **i** que produce viene dado por la fórmula:

$$i = \frac{c r t}{100}$$

### 3. Magnitudes inversamente proporcionales

Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando al aumentar una, disminuye la otra en la misma proporción. Y viceversa, cuando al disminuir una, aumenta la otra en la misma proporción.

Veamos a continuación algunos ejemplos:

- **Un vehículo en circulación:** cuando mayor sea su velocidad, menos tiempo tardará en recorrer un trayecto, y al revés, a menor velocidad mayor será el tiempo.
- **Una cuadrilla de pintores y el tiempo que tardan en pintar una pared:** cuantos más pintores sean, menos tiempo tardarán en pintarla.

#### 3.1. Regla de tres simple inversa

Esta regla de tres consiste en, dadas dos cantidades correspondientes a magnitudes inversamente proporcionales, calcular la cantidad de una de estas magnitudes.

**Ejemplo 1:** Un grifo que mana 18 l de agua por minuto tarda 14 horas en llenar un depósito. ¿Cuánto tardaría si su caudal fuera de 7 l por minuto?

**Solución:** Son magnitudes **inversamente proporcionales**, ya que **a menos** litros por minuto tardará **más** en llenar el depósito

Litros		Tiempo	
Si con 18 l	tarda	14 h	} $x = \frac{18 \cdot 14}{7} = 36$
con 7 l	tardará	x	

Fíjate que en este caso hemos multiplicado en línea y no en cruz como en la regla de tres simple directa.

**Ejemplo 2:** Si 4 obreros construyen un muro en 12 horas, ¿cuánto tardarán en construirlo 6 obreros?

**Solución:** Son magnitudes **inversamente proporcionales**, ya que **a mas** obreros tardarán **menos** horas.

Obreros		Tiempo	
Si 4 obreros	tardan	12 h	}
6 obreros	tardarán	x	
			$x = \frac{4 \cdot 12}{6} = 8$

### Tema 3. Ejercicios

1. Dos ruedas están unidas por una correa transmisora. La primera tiene un radio de 25 cm y la segunda de 75 cm. Cuando la primera ha dado 300 vueltas, ¿cuántas vueltas habrá dado la segunda?
2. El coste de una habitación de hotel para 12 días es de 792 €. ¿Cuánto costará esa habitación para alojarse únicamente ocho días?
3. Con 12 botes de pintura se han pintado 90 m de verja. Calcular cuántos botes de pintura serán necesarios para pintar una verja similar de 200 metros de longitud.
4. 11 obreros labran un campo rectangular de 8000 metros cuadrados en 6 días. ¿Cuántos obreros serán necesarios para labrar ese mismo campo en cinco días?
5. Una compañía telefónica ofrece una tarifa que cuesta 0'03 céntimos de euro el minuto hablado. ¿Cuánto costará hablar durante 2 horas y 12 minutos?
6. Seis personas realizan un trabajo en 12 días, ¿cuánto tardarán 8 personas?.
7. Resuelve con una regla de tres: Para pintar una casa, el pintor dedica 8 horas diarias durante 6 días. Si trabaja 10 días, ¿cuántas horas necesitaría?
8. Seis fotocopiadoras tardan 6 horas en realizar un gran número de copias, ¿cuánto tiempo tardarían 4 fotocopiadoras en realizar el mismo trabajo?
9. Para construir una casa en ocho meses han sido necesarios seis albañiles. ¿Cuántos habrían sido necesarios para construir la casa en tan sólo tres meses?
10. Un granjero tiene pienso en su almacén para alimentar 2500 pollos durante 60 días. ¿Cuántos pollos debe vender si desea que el pienso le dure 80 días?
11. Dieciocho alumnos han pagado 6 euros cada uno para comprar un regalo a una compañera, ¿cuánto tendrá que pagar cada uno si al final participan 24 alumnos?
12. De los 800 alumnos de un colegio, han ido de viaje 600. ¿Qué porcentaje de alumnos ha ido de viaje?

13. Al adquirir un vehículo cuyo precio es de 8800 €, nos hacen un descuento del 7.5%. ¿Cuánto hay que pagar por el vehículo?
14. El precio de un ordenador es de 1200 € sin IVA. ¿Cuánto hay que pagar por él si el IVA es del 16%?
15. Al comprar un monitor que cuesta 450 € nos hacen un descuento del 8%. ¿Cuánto tenemos que pagar?
16. Se vende un artículo con una ganancia del 15% sobre el precio de costo. Si se ha comprado en 80 €. Halla el precio de venta.
17. Cuál será el precio que hemos de marcar en un artículo cuya compra ha ascendido a 180 € para ganar al venderlo el 10%.
18. ¿Qué precio de venta hemos de poner a un artículo comparado a 280 €, para perder el 12% sobre el precio de venta?
19. Se vende un objeto perdiendo el 20% sobre el precio de compra. Hallar el precio de venta del citado artículo cuyo valor de compra fue de 150 €.