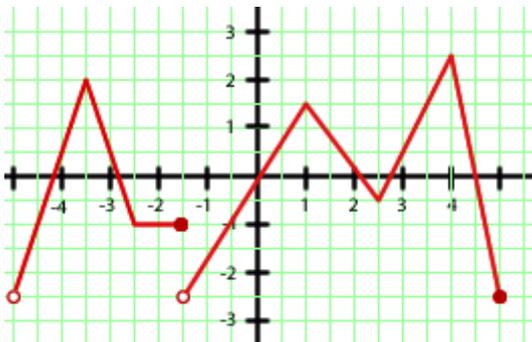


Ámbito científico-tecnológico

módulo 4 E.S.P.A.D.

1. Dadas las siguientes funciones, identifica dominio, recorrido, continuidad y discontinuidad, intervalos de crecimiento/decrecimiento, máximos y mínimos.



DOMINIO: $(-5, 5]$

RECORRIDO: $[-2, 5]$

DISCONTINUA EN: $\{-1\}$

CONTINUA EN: $(-5, -1) \cup (-1, 5]$

CRECIENTE EN: $(-5, -3) \cup (-1, 1) \cup (2, 4)$

DECRECIENTE EN: $(-3, -2) \cup (1, 2) \cup (4, 5]$

CONSTANTE EN: $(-2, -1)$

MÁXIMOS ABSOLUTOS: $(4, 2)$

MÍNIMOS ABSOLUTOS: $(5, -2)$

MÁXIMOS RELATIVOS: $(-3, 2)$, $(1, 1)$ y $(4, 2)$

MÍNIMOS RELATIVOS: $(2, -1)$

2. Encuentra la expresión de la recta que es paralela a $y = 3x + 4$ y pasa por el punto $(1, 0)$, y represéntala.

Como la recta es paralela, la pendiente es la misma que la de $y = 3x + 4$, que en este caso es $m = 3$ al ser la pendiente el número que multiplica a x . Por tanto, la recta paralela tendrá una ecuación de la forma $y = 3x + n$. Sustituyendo en esta ecuación los valores de x e y por los del punto $(1, 0)$, obtenemos el valor de n :

$$y = 3x + n$$

$$0 = 3 \cdot 1 + n$$

$$0 = 3 + n$$

$$n = -3$$

Por tanto la ecuación es $y = 3x - 3$

3. **Una compañía de móviles nos ofrece una tarifa en la que se paga una cuota mensual de 10 € y un coste de 15 céntimos de € por cada minuto de llamadas. Obtén la ecuación de la función que representa el coste mensual.**

El coste será la y , que estará en función de los minutos que será la x . Por tanto, la x , es decir, los minutos, se multiplican por su coste, que es 0'15 euros, y se le suma la cantidad fija que son 10. La ecuación queda como:

$$y = 0'15x + 10$$

4. **Representa gráficamente la función cuadrática $y = -x^2 - 2x + 3$, identificando vértice y puntos de corte con los ejes.**

- a) Calculamos el vértice, sabiendo que a es el valor que multiplica a x^2 (-1 al ser $-x^2$ en la ecuación), b es el valor que multiplica a x (es decir, -2) y c es el término independiente (es decir, 3)

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2 \cdot (-1)} = \frac{2}{-2} = -1$$

$$y_0 = f(x_0) = -(-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 3 = -1 + 2 + 3 = 4$$

Por tanto, el vértice es $V = (x_0, y_0) = (-1, 4)$

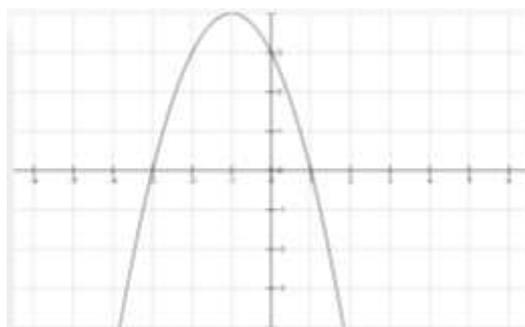
- b) El corte con el eje Y es siempre el punto $(0, c)$, por tanto en este caso será $(0, 3)$
- c) Para calcular el corte con el eje X igualamos la ecuación de la función a 0 y resolvemos la ecuación de segundo grado:

$$-x^2 - 2x + 3 = 0$$

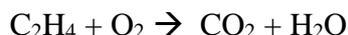
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3}}{2 \cdot (-1)} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{-2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{-2}$$
$$= \frac{2 \pm 4}{-2}$$

$$x_1 = \frac{2 + 4}{-2} = \frac{6}{-2} = -3 \rightarrow \text{Corta en } (-3, 0)$$

$$x_2 = \frac{2 - 4}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1 \rightarrow \text{Corta en } (1, 0)$$



5. **Ajusta la siguiente reacción química y responde a las cuestiones:**



Ajustamos la reacción



$$\text{C: } 2a = c$$

$$\text{H: } 4a = 2d$$

$$\text{O: } 2b = 2c + d$$

Empezamos asignando $a = 1$

- Como $2a = c$, entonces $2 \cdot 1 = c \rightarrow c = 2$
- Como $4a = 2d$, entonces $4 \cdot 1 = 2 \cdot d \rightarrow 4 = 2 \cdot d \rightarrow d = 4/2 \rightarrow d = 2$
- Como $2b = 2c + d$, entonces $2b = 2 \cdot 2 + 2 \rightarrow 2b = 6 \rightarrow b = 6/2 \rightarrow b = 3$

Por tanto, la reacción ajustada es



a) **¿Cuántos moles de oxígeno tendrían que reaccionar para obtener 5 moles de agua?**

Según los coeficientes estequiométricos obtenidos al ajustar la ecuación, tenemos que reaccionarían 3 moles de oxígeno para obtener 2 moles de agua. Con esta relación formulamos una línea de la regla de 3, y la pregunta me daría la otra línea de la regla de 3, como sigue:

Según la reacción ajustada: 3 moles de O_2 --- 2 moles de H_2O

Según la pregunta: x moles de O_2 --- 5 moles de H_2O

$$x = \frac{3 \cdot 5}{2} = 7'5 \text{ moles de } \text{O}_2$$

b) **¿Cuántos gramos de dióxido de carbono se obtendrían a partir de 126 gramos de oxígeno? (Masas atómicas: C – 12 u.m.a., H – 1 u.m.a., O – 16 u.m.a.)**

Según los coeficientes estequiométricos obtenidos al ajustar la ecuación, tenemos que reaccionarían 3 moles de oxígeno para obtener 2 moles de dióxido de carbono. Hay que calcular las masas molares de estos dos compuestos, para obtener la relación en gramos que se produce entre ellas en la reacción. Para calcular la masa molar, multiplicamos el número de átomos de cada tipo en la molécula por la masa atómica de ese elemento, y los sumamos:

Masa molar del oxígeno = $2 \cdot 16 = 32 \text{ g/mol}$

Masa molar del dióxido de carbono = $12 + 2 \cdot 16 = 44 \text{ g/mol}$

Es decir, en la reacción hay 3 moles de oxígeno, y como su masa molar es de 32 g/mol, habría en total $3 \cdot 32 = 96$ gramos de oxígeno. Además, hay 2 moles de dióxido de carbono, y como la masa de un mol de este compuesto es 44g/mol, se obtendrían $2 \cdot 44 = 88$ gramos de dióxido de carbono. Esta relación supondrá una línea de la regla de 3 a plantear, y la otra línea corresponde a la pregunta realizada:

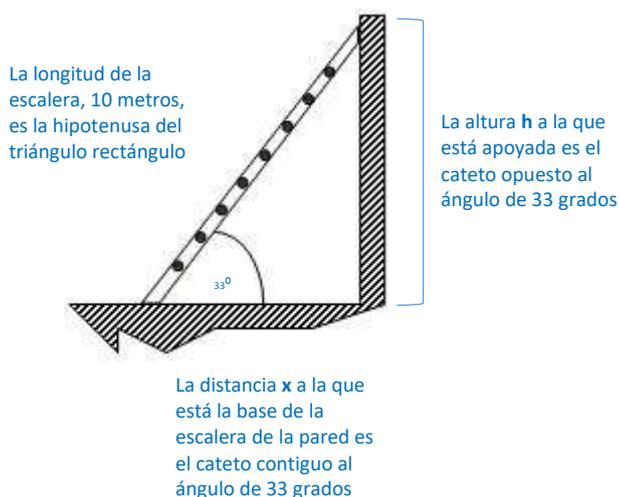
Según la reacción: 96 gramos de oxígeno – 88 gramos de dióxido de carbono
Según la pregunta: 126 gramos de oxígeno – x gramos de dióxido de carbono

$$x = \frac{126 \cdot 88}{96} = 115'5 \text{ gramos de } CO_2$$

6. **Cita objetos o sustancias se pueden obtener mediante la industria química o petroquímica y su aplicación práctica en la sociedad.**

- El ácido sulfúrico, que se utiliza en abonos, detergentes, fibras sintéticas, pinturas o baterías de automóviles.
- El amoníaco, que se usa como fertilizante, para fabricar explosivos, e incluso tiene un uso medicinal eficaz contra picaduras de medusas o insectos
- Los medicamentos, que se pueden utilizar para combatir enfermedades
- Las fibras sintéticas, como poliéster, lycra o fibras acrílicas, para fabricar tejidos que se pueden usar para ropa o prendas especiales
- El PVC, que se usa en bajantes de aguas, como material para puertas y ventanas exteriores, etc.
- El teflón, que se puede usar como antiadherente en utensilios de cocina y como sellador de grifos y tuberías.
- Los detergentes, utilizados en la limpieza
- Los combustibles que se usan para propulsar vehículos
- El asfalto de las carreteras

7. **En un momento dado, una escalera de 10 metros de altura está apoyada en la pared formando un ángulo de 33° con el suelo. ¿A qué distancia de la pared estará la base de la escalera?. ¿A qué altura de la pared estará apoyada la escalera?**



$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} \rightarrow \operatorname{sen} 33 = \frac{h}{10} \rightarrow h = 10 \cdot \operatorname{sen} 33 = 10 \cdot 0'544 = 5'44 \text{ metros}$$

$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}} \rightarrow \operatorname{cos} 33 = \frac{x}{10} \rightarrow x = 10 \cdot \operatorname{cos} 33 = 10 \cdot 0'838 = 8'38 \text{ metros}$$

Por tanto, la altura a la que está en la pared es 5'44 metros y la base está separada de la pared 8'38 metros.

8. **Responde si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas, explicando brevemente por qué en caso de ser falsas:**

a) **El proceso de división celular por el que se obtienen células reproductoras se denomina mitosis**

Falso, mediante la meiosis se obtienen células reproductoras (óvulos y espermatozoides), y mediante la mitosis el resto de células somáticas

b) **Las células de tejidos o músculos son diploides y se generan por meiosis**

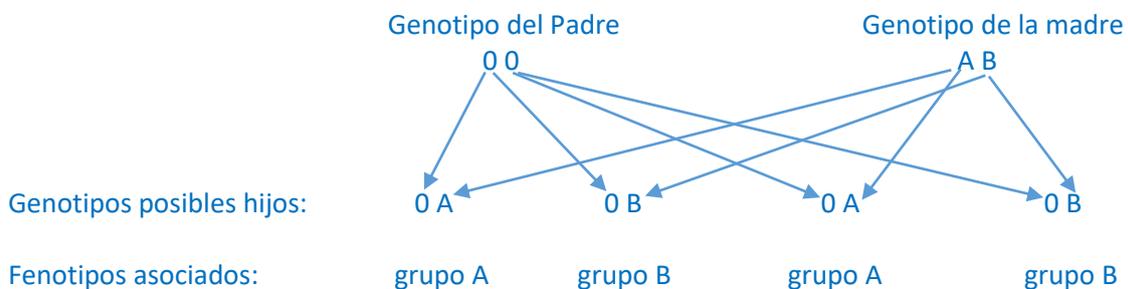
Falso, aunque sí son diploides, se generan mediante mitosis.

c) **Los genes están contenidos en el ARN de los cromosomas**

Falso, están en el ADN (y no el ARN) de los cromosomas.

9. **Un padre es de grupo sanguíneo 0 y la madre es de grupo AB. ¿De qué grupo sanguíneo pueden ser sus hijos?**

Como el padre es de grupo 0, su genotipo es 00. Como la madre es de grupo AB, su genotipo es AB. Haciendo todas las posibilidades:



Por tanto, los hijos solo podrán ser de grupo A o de grupo B (con una probabilidad del 50% en cada caso)

10. ¿Cuántos litros ocupará un mol de un gas a 1 atm de presión y 0° C de temperatura?. Si más tarde, se mantiene la temperatura constante, pero se aumenta la presión a 2 atm, ¿qué volumen ocupará?

Convertimos la temperatura a grados kelvin:

$$T = 0 + 273 = 273 \text{ K}$$

Aplicamos la fórmula:

$$\begin{aligned} P \cdot V &= n \cdot R \cdot T \\ 1 \cdot V &= 1 \cdot 0'082 \cdot 273 \\ V &= 22'4 \text{ litros} \end{aligned}$$

Posteriormente, aumenta la presión pero la temperatura permanece constante, por lo que aplicamos la fórmula:

$$\begin{aligned} P_1 \cdot V_1 &= P_2 \cdot V_2 \\ 1 \cdot 1 &= 2 \cdot V_2 \\ 1 &= 2 \cdot V_2 \\ V_2 &= \frac{1}{2} = 0'5 \text{ litros} \end{aligned}$$

11. Calcula la probabilidad de, al lanzar un dado...

a. Obtener un número par

Casos favorables: que salgan 2, 4 o 6

Casos posibles: 1, 2, 3, 4, 5 y 6

$$P(\text{número par}) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favorables}}{\text{n}^\circ \text{ de casos posibles}} = \frac{3}{6} = 0'5 \text{ (50 \%)}$$

b. Obtener un número mayor que 4

Casos favorables: que salgan 5 o 6

Casos posibles: 1, 2, 3, 4, 5 y 6

$$P(\text{número par}) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favorables}}{\text{n}^\circ \text{ de casos posibles}} = \frac{2}{6} = 0'333 \text{ (33'3 \%)}$$

12. Se sacan dos bolas sin reposición de una urna que contiene 7 bolas rojas, 2 amarillas y 5 verdes. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una bola roja y otra amarilla?

Hacemos el árbol podado, solo con los casos que interesan:



$$P(\text{primera roja y segunda amarilla}) = \frac{7}{14} \cdot \frac{2}{13} = \frac{14}{182} = 0'077 \text{ (7'7 \%)}$$

$$P(\text{primera amarilla y segunda roja}) = \frac{2}{14} \cdot \frac{7}{13} = \frac{14}{182} = 0'077 \text{ (7'7 \%)}$$

$$P(\text{una amarilla y una roja}) = 0'077 + 0'077 = 0'154 \text{ (15'4 \%)}$$

13. En la figura siguiente, el hombre ejerce una fuerza de 16 N y la mujer una fuerza de 17 N sobre un bloque de 10 kg de peso. Si la fuerza de rozamiento es de 2 N, responde a las siguientes preguntas:



a) ¿Hacia dónde se moverá el bloque?

Hacia la derecha, pues la suma de fuerzas que realizan, que es hacia la derecha, es mayor que la fuerza de rozamiento.

b) ¿Cuál es la fuerza resultante?

Hay que sumar las fuerzas del hombre y la mujer y restar la de rozamiento, que siempre se opone al movimiento: $F_{\text{resultante}} = 16 + 17 - 2 = 31 \text{ N}$

c) ¿Qué aceleración tendrá el bloque?

$$F_{\text{resultante}} = m \cdot a \rightarrow 31 = 10 \cdot a \rightarrow a = 31/10 \rightarrow a = 3'1 \text{ m/s}^2$$

d) ¿Qué espacio recorrerá en 3 segundos?

$$e = 0'5 \cdot a \cdot t^2$$

$$e = 0'5 \cdot 3'1 \cdot 3^2$$

$$e = 0'5 \cdot 3'1 \cdot 9 = 13'95 \text{ metros}$$

e) ¿Cuál es el trabajo realizado por las dos personas en ese tiempo?

$$W = F_{\text{resultante}} \cdot e = 31 \cdot 13'95 = 432'45 \text{ J}$$

f) ¿Qué potencia han desarrollado en ese tiempo?

$$P = \frac{W}{t} = \frac{432'45}{3} = 144'15 \text{ w}$$

14. Desde lo alto de un pico a 300 metros de altura se va a lanzar un paracaidista de 70 kg. Calcula justo en ese momento:

a. Su energía cinética

$$E_c = 0 \text{ J, porque no tiene velocidad al estar parado en la cima}$$

b. Su energía potencial

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 70 \cdot 9'8 \cdot 300 = 205800 \text{ J}$$

c. Su energía mecánica

$$E_M = E_c + E_p = 0 + 205800 = 205800 \text{ J}$$

¿Cuál será su energía cinética cuando esté a 100 metros del suelo?

A 100 metros, su energía potencial es:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 70 \cdot 9'8 \cdot 100 = 68600 \text{ J}$$

Como $E_M = E_c + E_p$, y la energía mecánica se conserva:

$$E_M = E_c + E_p$$
$$E_c = E_M - E_p = 205800 - 68600 = 137200 \text{ J}$$